

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 23 luglio 2014



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x-5}{x-4}$$

Dominio	$E = (-\infty, 4) \cup (5, +\infty)$
Positività	$P = (-\infty, 4)$
Intersezioni	$A(0; \log(5/4))$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{x^3+2x^2-4x}$

Derivata prima	$f' = e^{x^3+2x^2-4x} \cdot (x+2) \cdot (3x-2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-2; e^8) \quad m(2/3; e^{-40/27})$ decresce in $(-2, 2/3)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^4 + 27)$

Derivata prima	$f' = \frac{4x^3}{x^4 + 27} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-4x^2 \cdot (x^2 + 9) \cdot (x^2 - 9)}{(x^4 + 27)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; \log 108) \quad F_2(3; \log 108)$ convessa in $(-3, 0) \cup (0, 3)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^4 - x^3 + 6x + 5}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 25)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 2, -5, 5\}$
As. verticali	$x = -2, x = 2, x = -5, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5$

Domande teoriche

- 1) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 3)
- 2) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{1+3\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int 4x^2 \cdot e^{3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{27}(-6\sqrt{x} + 9x + 2\log(1+3\sqrt{x}))$ $\frac{1}{27}(24 - 6\sqrt{3} - 2\log 4 + 2\log(1+3\sqrt{3})) \approx 0,5364$
Integrale indefinito	$\frac{4}{27}e^{3x} \cdot (9x^2 - 6x + 2) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + k \cdot z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 1 \\ k \cdot x + 2y - 4z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq -2; 2/3$: sol. unica $k = -2$: incompatibile $k = 2/3$: incompatibile
Soluzioni	$\left(x = \frac{7k+24}{3k^2+4k-4}; y = \frac{k^2+2k-40}{3k^2+4k-4}; z = \frac{4k-17}{3k^2+4k-4} \right)$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 + 3x \cdot y + 2y^2 - 3x - 4y + 5$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 3x + 4y = 5$.

Derivate parziali	$f_x = 4x + 3y - 3 \quad f_y = 3x + 4y - 4$
Estremi liberi	$m(0;1) \quad z = 3 \quad H = 7$
Estremi vincolati	$m(0;5/4) \quad \lambda = 1/4 \quad z = 25/8$ $H = -28$

Domande teoriche.

- 3) Le proprietà dell'integrale definito con esempi (punti 4, 4*)
- 4) Il rapporto incrementale parziale (punti 3*)
- 5) Il rango di una matrice (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.